

2 PRINCIPES HYDRAULIQUES¹

2.1 Introduction

L'hydraulique est basée sur les principes de la mécanique des fluides, bien que beaucoup de relations empiriques soient utilisées dans la pratique. A ce jour, il n'existe pas de méthodologie générale pour l'analyse mathématique du mouvement des fluides. Si on se base sur la longue expérience accumulée, il existe certainement des solutions particulières à des problèmes spécifiques. L'expérience hydraulique remonte à 2500 ans lorsqu'un système d'irrigation important, qui est toujours en fonctionnement, fut construit à Sichuan, en Chine, et aux constructeurs d'aqueducs de l'Empire romain.

En hydroélectricité, les études hydrauliques sont nécessaires pour :

- ∇ optimiser le chemin d'eau en réduisant les pertes d'énergie,
- ∇ concevoir des déversoirs assurant le passage des crues en toute sécurité,
- ∇ concevoir des dispositions de dissipation d'énergie adéquates en aval des déversoirs,
- ∇ contrôler l'érosion,
- ∇ contrôler des phénomènes tels que :
 - l'instabilité des écoulements dans le chemin d'eau due à des effets hydrodynamiques
 - l'entrée d'air dans des conduites en charge
 - les ondes de pression dans des structures d'amenée de longueur importante
 - les coups de bélier dans les conduites forcées
 - la cavitation
- ∇ empêcher l'envasement du réservoir, l'obstruction de la prise d'eau et les dommages causés par les sédiments sur le circuit hydraulique et l'équipement

Une compréhension approfondie de l'hydraulique est nécessaire pour résoudre ces problèmes.

Ce chapitre présente les principes fondamentaux de l'hydraulique ainsi que l'explication de quelques-uns des phénomènes indiqués ci-dessus.

2.2 Ecoulement dans les conduites

En général, l'énergie d'un écoulement d'eau est exprimée sous la forme d'une "charge", cette charge correspondant au poids d'une colonne d'eau ayant la même énergie. Bien que cette notion de charge exprimée en m ne corresponde à aucune réalité physique, ceci est commode, comparé à l'utilisation des Joules, puisque c'est précisément une différence de niveaux d'eau qui entraîne l'écoulement de l'eau.

L'équation de Bernoulli exprime la charge totale d'un écoulement dans une conduite de section circulaire sous une certaine pression :

$$H_1 = h_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} \quad (2.1)$$

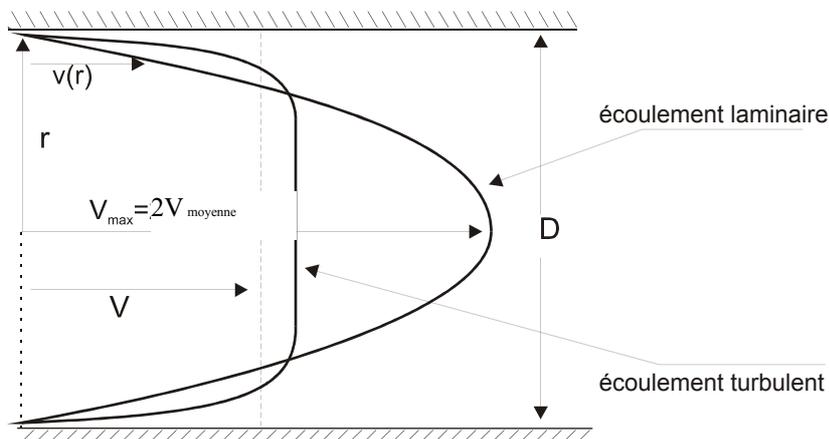
Où : H_1	est la charge totale	[m]
h_1	est l'altitude de la section de mesure par rapport à un niveau de référence	[m]
P_1	la pression dans la section de mesure	[Pa]
γ	la masse volumique de l'eau	[kg/m ³]
V_1	la vitesse de l'eau	[m/s]
g	l'accélération de la pesanteur.	[m/s ²]

La charge totale au point 1 est alors la somme algébrique de l'énergie potentielle h_1 , de l'énergie de pression P_1/γ , et de l'énergie cinétique $V_1^2/2g$ généralement appelée "charge dynamique".

Pour un canal ouvert, la même équation s'applique, en remplaçant le terme P_1/γ par d_1 , la profondeur d'eau.

Si l'écoulement dans un tube de verre long et droit de petit calibre est très lent, et que l'on introduit à l'entrée du tube un écoulement mince d'eau colorée, l'eau colorée se présente comme une ligne droite le long du tube, indiquant un écoulement laminaire. L'eau s'écoule par lamelles, comme des tubes concentriques à paroi mince. Le tube virtuel extérieur adhère à la paroi du tube réel, tandis que chacun des tubes intérieurs se déplace à une vitesse légèrement plus élevée, laquelle atteint une valeur maximum près du centre du tube. La distribution de vitesse a la forme d'un paraboloïde de révolution et la vitesse moyenne (figure 2.1) est 50 % de la vitesse maximum sur l'axe.

Figure 2.9 : distribution de vitesse en écoulement laminaire et en écoulement turbulent



Lorsque le débit augmente progressivement, il arrive un moment où la bande mince de couleur se dissout et se mélange avec l'eau environnante. Les particules proches de la paroi se mélangent avec celles de l'intérieur du tube qui se déplacent à une vitesse plus élevée, et les ralentissent. A ce moment, l'écoulement devient turbulent et la courbe de distribution de vitesse est plus plate. Osborne Reynolds, à la fin du 19^{ème} siècle, réalisant une expérience soigneusement préparée, a trouvé que la transition d'un écoulement laminaire à un écoulement turbulent dépend non seulement

de la vitesse, mais également du diamètre du tube et de la viscosité du fluide, et peut être décrite par le rapport entre la force d'inertie et la force de viscosité. Dans le cas d'une conduite circulaire, ce rapport, connu aujourd'hui sous le nom de nombre de Reynolds, peut être exprimé par l'équation :

$$R_e = \frac{D \cdot V}{\nu} \quad (2.2)$$

Où : D est le diamètre du tube [m]
 V est la vitesse moyenne de l'eau [m/s]
 ρ est la viscosité cinématique du fluide [m²/s]

De manière expérimentale, pour des écoulements dans des tubes circulaires, le nombre de Reynolds critique est d'environ 2000. En fait, cette transition ne survient pas toujours exactement à $R_e=2000$ mais varie selon les conditions expérimentales. Par conséquent, il existe plus d'un point de transition et on a donc une zone de transition.

Exemple 2.1

Un tube circulaire de 60 mm de diamètre est parcouru par un écoulement à 20°C. Calculer le plus grand débit pour lequel un écoulement laminaire peut survenir.

La viscosité cinématique de l'eau à 20°C est $\nu = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

En acceptant une valeur minimale pour $R_e = 2\ 000$

$$V = 2\ 000 / (10^6 \times 0,06) = 0,033 \text{ m/s}$$

$$Q = AV = \pi / 4 \times 0,06^2 \times 0,033 = 3,73 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s} = 0,373 \text{ l/s}$$

L'eau perd de l'énergie lorsqu'elle s'écoule à travers une conduite, ce qui est essentiellement dû :

∇ au frottement contre la paroi de la conduite

∇ à la viscosité, conséquence des frottements internes à l'écoulement

Le frottement contre la paroi de la conduite dépend de la rugosité de la paroi et du gradient de vitesse près de la paroi. Le gradient de vitesse, représenté sur la figure 2.1, est plus élevé dans un écoulement turbulent que dans un écoulement laminaire. Par conséquent, lorsque le nombre de Reynolds augmente, la perte par frottement augmente également. De même, avec une turbulence plus élevée, une action de mélange de particules plus intense et donc, une plus grande dissipation par viscosité se produisent. Par conséquent, les pertes d'énergie dans un écoulement en conduite augmentent avec le nombre de Reynolds et la rugosité de la paroi.

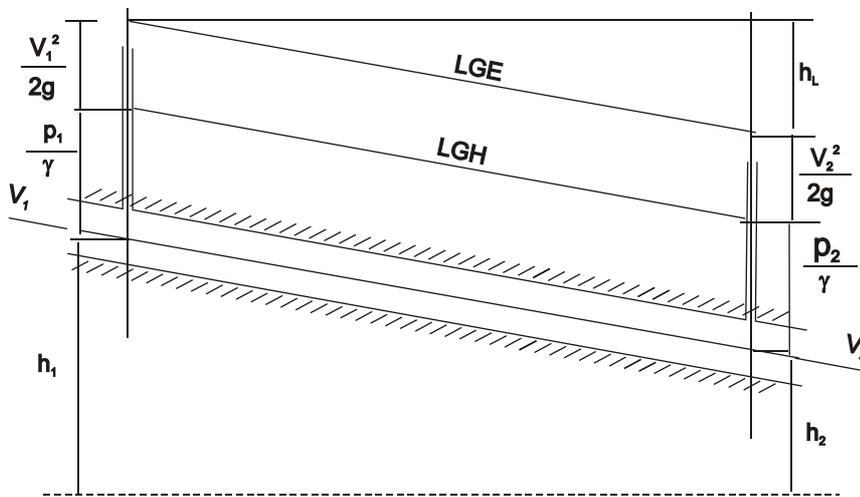
On peut vérifier que dans un écoulement d'eau entre deux sections, une certaine perte de charge h_f se produit:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + h_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + h_2 + h_f \quad (2.3)$$

principalement en raison du frottement de l'eau contre la paroi, puis en raison du frottement interne de l'écoulement. Sur la figure 2.2, LGH est la ligne de gradient hydraulique et LGE la ligne de

gradient d'énergie. Si la section transversale de conduite est constante, $V_1 = V_2$, les deux lignes seront parallèles.

Figure 2.10 : Gradient hydraulique et gradient énergétique



2.2.1 Pertes de charge par frottement

Darcy et Weisbach, en appliquant le principe de conservation de la masse à un volume défini (un volume de fluide dans une conduite entre deux sections perpendiculaires à son axe) en ont déduit l'équation suivante, applicable à des écoulements incompressibles et permanents, dans les conduites :

$$h_f = f \cdot \left(\frac{L}{D} \right) \cdot \frac{V^2}{2g} \quad (2.4)$$

Où :

- f = facteur de frottement [-]
- L = longueur de la conduite [m]
- D = diamètre de conduite [m]
- V = vitesse moyenne [m/s]
- g = accélération de la pesanteur (9,81 m/s²).

Dans un écoulement laminaire, f peut être calculé directement par l'équation :

$$f = \frac{64 \cdot \nu}{V \cdot D} = \frac{64}{Re} \quad (2.5)$$

Selon l'équation (2.5), le facteur de frottement f dans un écoulement laminaire est indépendant de la rugosité de la paroi et inversement proportionnel au nombre de Reynolds. Le fait est

qu'apparemment, f diminue lorsque R_e augmente, ce qui ne signifie pas qu'une augmentation de la vitesse réduit les pertes de frottement. En substituant f dans l'équation (2.4) par sa valeur (2.5), on obtient :

$$h_f = \frac{64 \cdot v}{V \cdot D} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g} = \frac{32 \cdot v \cdot L \cdot V}{g \cdot D^2} \quad (2.6)$$

ce qui montre que la perte de charge spécifique dans un écoulement laminaire, est proportionnelle à V et inversement proportionnelle à D^2 .

Lorsque l'écoulement est turbulent ($R_e \gg 2\,000$), le frottement devient moins dépendant du nombre de Reynolds et plus dépendant de la rugosité relative e/D , où "e" représente la rugosité moyenne des irrégularités de la paroi et D le diamètre de la conduite. Quelques valeurs de rugosité "e" sont indiquées dans le tableau 2.1.

Tableau 2.1 : Rugosité "e" pour différentes conduites du commerce

Matériau de conduite	e (mm)
Polyéthylène	0,003
Fibre de verre avec époxy	0,003
Acier commercial sans soudure (nouveau)	0,025
Acier commercial sans soudure (légèrement rouillé)	0,250
Acier commercial sans soudure (galvanisé)	0,150
Acier soudé	0,600
Fer de fonderie (émaillé)	0,120
Ciment amianté	0,025
Bois douvain	0,600
Béton (coffrages métalliques avec joints lisses)	0,180

Il est bien connu que, même dans des écoulements turbulents, à proximité immédiate de la paroi, il existe une très fine couche d'écoulement dite sous-couche laminaire. Lorsque R_e augmente, l'épaisseur de la sous-couche diminue. Lorsque la valeur de la rugosité "e" est nettement plus faible que l'épaisseur de la sous-couche, la conduite est considérée comme hydrauliquement lisse.

Dans un écoulement en conduite lisse, le coefficient de frottement f n'est pas affecté par la rugosité de surface de la conduite, et Von Karman a déterminé l'équation suivante pour le coefficient de frottement f :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \cdot \log_{10} \left(\frac{R_e \sqrt{f}}{2.51} \right) \quad (2.7)$$

Avec des nombres de Reynolds élevés, la sous-couche devient très mince et le facteur de frottement f ne dépend plus de R_e mais uniquement de la rugosité relative. Dans ce cas, la conduite est une conduite hydrauliquement rugueuse, et Von Karman a trouvé pour le coefficient f :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \cdot \log_{10} \left(3.7 \frac{D}{e} \right) \quad (2.8)$$

Entre ces deux cas extrêmes, la conduite ne se comporte ni de manière entièrement lisse, ni de manière entièrement rugueuse. Colebrook et White ont proposé l'équation suivante pour ce cas :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log_{10} \left(\frac{e/D}{3.7} + \frac{2.51}{R_e \sqrt{f}} \right) \quad (2.9a)$$

laquelle peut être exprimée en terme de vitesse moyenne U par :

$$U = -2 \sqrt{2gD \frac{h_f}{L}} \log \left(\frac{e/D}{3.7} + \frac{2.51\nu}{D \sqrt{2gD \frac{h_f}{L}}} \right) \quad (2.9b)$$

Les formules 2.7 et 2.9 sont difficiles à résoudre, ce qui a amené Moody à mettre au point le diagramme bien connu "Coefficients de frottement des écoulements dans les conduites" (figure 2.14).

Ce diagramme définit quatre zones d'écoulement différentes:

1. Une zone d'écoulement laminaire (surface grise dans le diagramme) où f est une fonction linéaire de R (équation 2.5)
2. Une zone critique mal définie (zone ombrée)
3. Une zone de transition, commençant avec des conduites lisses (équation 2.7) et finissant en trait tillé où f dépend à la fois de R_e et e/D (équation 2.9a)
4. Une zone de turbulence où f dépend exclusivement de e/D (équation 2.8)

Exemple 2.2

Calculer, en utilisant le diagramme de Moody, la perte par frottement dans une conduite en acier soudé d'un diamètre de 900 mm sur une longueur de 500 m, parcourue par un débit de 2,3 m³/s.

La vitesse moyenne de l'eau est $4Q / (\pi D^2) = 1,886$ m/s

A partir de la table 2.1, $e = 0,6$ et par conséquent $e/D = 0,6/900 = 0,000617$

$R_e N_R = DV / \rho = (0,9 \times 1,886) / 1,31 = 1,3 \times 10^6$ ($\rho = 1,31 \cdot 10^{-6}$)

Sur le diagramme de Moody, pour $e/D = 0,00062$ et $R_e = 1,3 \cdot 10^6$, nous avons $f = 0,019$

A partir de l'équation (2.4) :

$$h_f = 0.019 \cdot \frac{500}{0.9} \cdot \frac{1.886^2}{2 \cdot 9.81} = 1.91m$$

En pratique, la formule de Colebrook-White (2.9) et le diagramme de Moody peuvent être utilisés pour résoudre les problèmes suivants pour des écoulements en charge dans des conduites :

1. U (ou Q) et e étant donnés, calculer h_f ;
2. U (ou Q), h_f et e étant donnés, calculer D ;
3. D, h_f et e étant donnés, calculer U (ou Q) ;
4. U (ou Q), D, h_f étant donnés, calculer e.

Des problèmes de type 3 ou 4 peuvent être résolus directement en utilisant la formule (2.9b), tandis que les autres problèmes nécessitent une solution itérative. Le diagramme de Moody fournit une solution directe pour les problèmes de type 1 et 4.

De même, si l'on souhaite connaître la vitesse maximum s'écoulant dans une conduite de diamètre D et de longueur L, sans dépasser une perte de charge par frottement h_f , il suffit d'utiliser une variable indépendante μ :

$$\mu = \frac{1}{2} f R_e^2 \tag{2.10}$$

En substituant R_e par sa valeur en (2.2) et f par sa valeur en (2.4), on obtient :

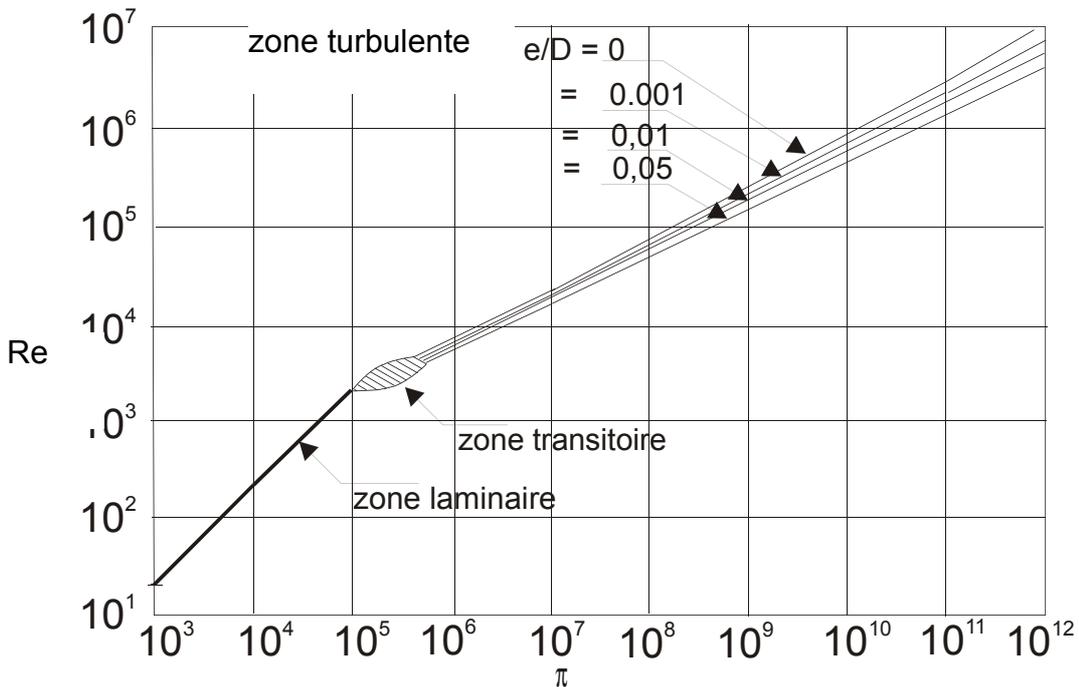
$$\mu = \frac{g D^3 h_f}{L V^2} \tag{2.11}$$

où tous les paramètres sont connus. Une fois que μ est calculé, f est tiré de (2.10) et introduit dans (2.9) pour donner :

$$R_e = -2\sqrt{2\mu} \log_{10} \left(\frac{e/D}{3.7} + \frac{2.51}{\sqrt{2\mu}} \right) \tag{2.12}$$

Cette équation permet de tracer l'évolution de R_e en fonction de μ pour différentes valeurs de e/D, comme représenté sur la figure 2.3 ; c'est une variante du diagramme de Moody qui permet de calculer R_e directement.

Figure 2.11 : μ fonction du nombre de Reynolds



Exemple 2.3

Estimer le débit d'un écoulement à 10°C qui entraîne une perte de charge par frottement de 2 m par km dans une conduite en acier soudé de 1,5 m de diamètre.

Après avoir calculé μ , on remplace les paramètres par leur valeur dans l'équation (2.12),

avec $e/D = 0,6 / 1\ 500 = 4 \times 10^{-4}$.

$$\mu = \frac{9.81 \cdot 1.5^3 \cdot 2}{1000 \cdot (1.31 \cdot 10^{-6})^2} = 3.86 \cdot 10^{10}$$

$$R_e = -2\sqrt{2 \cdot 3.86 \cdot 10^{10}} \log_{10} \left(\frac{4 \cdot 10^{-4}}{3.7} + \frac{2.51}{\sqrt{2 \cdot 3.86 \cdot 10^{10}}} \right) = 2.19 \cdot 10^6$$

$$V = \frac{R_e \cdot \nu}{D} = \frac{2.19 \cdot 10^6 \cdot 1.31 \cdot 10^{-6}}{1.5} = 1.913 \text{ m/s}; Q = V \cdot A = 3.38 \text{ m}^3/\text{s}$$

Egalement basés sur l'équation de Colebrook-White, d'autres moyens existent pour calculer la perte de charge par frottement dans une conduite, pour un débit, un diamètre de conduite et un coefficient

de rugosité donnés tel que celui représenté ci-après et publié avec l'autorisation de Hydraulic Research, Wallingford, U.K.

Formules empiriques

Au fil des ans, de nombreuses relations empiriques basées sur l'expérience ont été développées. En général, elles ne sont pas basées sur des principes physiques rigoureux et manquent même parfois de cohérence dimensionnelle. Elles se basent sur l'intuition que le frottement, dans une conduite fermée, est :

1. indépendant de la pression de l'eau
2. proportionnel à sa longueur
3. inversement proportionnel à son diamètre affecté d'un exposant
4. proportionnel à la vitesse de l'eau affectée d'un exposant

Dans des écoulements turbulents, il est influencé par la rugosité de la paroi.

Une de ces formules, largement utilisée pour estimer l'écoulement dans des canaux ouverts, mais également applicable à des conduites, a été développée par Manning (Strickler) :

$$Q = \frac{1}{n} \cdot \frac{A^{5/3} S^{1/2}}{P^{2/3}} \quad (2.13)$$

Où : n est le coefficient de rugosité de Manning ($\text{s/m}^{1/3}$, $K_{\text{Strickler}}=1/n$)

P est le périmètre mouillé (m)

A est la section de la conduite (m^2), et

S est le gradient hydraulique ou la perte de charge par mètre linéaire (h_f/L).

En appliquant la formule ci-dessus à une conduite transversale circulaire :

$$S = \frac{10.29 \cdot n^2 \cdot Q^2}{D^{5.333}} \quad (2.14)$$

$$S = \frac{4^{10/3} n^2 Q^2}{\pi^2 D^{16/3}} \quad (2.14a)$$

Le tableau 2.2 présente le coefficient de Manning n pour différentes conduites du commerce:

Tableau 2.2 : Coefficient de Manning n pour différentes conduites du commerce

Type de conduite	n
Acier soudé	0,012
Polyéthylène (PE)	0,009
PVC	0,009
Ciment amianté	0,011
Fonte ductile	0,015
Fonte	0,014
Bois	0,012
Béton (coffrages métalliques avec joints lisses)	0,014

Dans l'exemple 2.4, et plus particulièrement dans l'exemple 2.5, les résultats obtenus par l'application de l'équation de Colebrook-White et la formule de Manning peuvent être comparés.

Exemple 2.4

En utilisant les paramètres de l'exemple 2.2, calculer la perte de charge par frottement en appliquant la formule de Manning.

En considérant que $n = 0,012$ pour une conduite en acier soudé

$$\frac{h_f}{L} = \frac{10.29 \cdot 0.012^2 \cdot 1.2^2}{0.9^{5.333}} = 0.00374$$

Avec $L = 500$ m, on a $h_f = 1,87$ m, valeur légèrement inférieure à celle estimée à l'aide du diagramme de Moody.

Exemple 2.5

Calculer, en utilisant l'équation de Colebrook et la formule de Manning, la perte de charge par frottement dans une conduite soudée de 500 m de long, de respectivement 500 mm, 800 mm, 1 200 mm et 1 500 mm de diamètre, avec une vitesse moyenne de 4 m/s.

D (mm)	500	800	1200	1500
Q (m ³ /s)	0,785	2,011	4,524	7,069
V (m/s)	4	4	4	4
L (m)	500	500	500	500

En appliquant Colebrook-White

e (mm)	0,6	0,6	0,6	0,6
h_f (m)	17,23	9,53	5,73	4,35

En appliquant Manning

N	0,012	0,012	0,012	0,012
h_f (m)	18,40	9,85	5,73	4,26

Tableau 2.3 : Coefficients de Hazen-Williams

Type de conduite	C
Ciment amianté	140
Fonte	
Neuve	130
10 ans	107 - 113
20 ans	89 - 100
30 ans	75 - 90
Béton	
Coulé en place – coffrages métalliques	140
Coulé en place – coffrages bois	120
Coulé centrifugé	135
Acier	
Revêtu goudron asphalte	150
Neuf non revêtu	150
Rivetée	110
Bois (neuf)	120
Matière plastique	135 - 140

On peut observer que les résultats donnés par la formule de Manning diffèrent peu de ceux résultant de l'équation de Colebrook, excepté pour les petits diamètres où la perte de charge donnée par Manning est plus élevée que celle donnée par Colebrook. En fait, les deux formules coïncident pour des valeurs de $e/D = 9,17E-3$ et fournissent des résultats entrant dans une fourchette de 5 % pour des valeurs de e/D entre $9E-4$ et $5E-2$ dans la zone turbulente (rugueuse) (Dubois, 1998). Dans cette fourchette de débits, la relation entre les coefficients de Darcy-Weisbach et Manning est :

$$S = \frac{f}{D} \frac{U^2}{2g}; f = \frac{2g \cdot 4^{4/3} n^2}{D^{1/3}} \quad (2.14b)$$

En Amérique du Nord pour des conduites ayant un diamètre supérieur à 5 cm et des vitesses inférieures à 3 m/s, la formule de Hazen-Williams est généralement utilisée:

$$h_f = \frac{6.87 \cdot L}{D^{1.165}} \left(\frac{V}{C} \right)^{1.85} \quad (2.15)$$

où V est la vitesse d'écoulement (m/s), D le diamètre (m), L la longueur de conduite (m) et C le coefficient de Hazen-Williams donné par le tableau 2.3.

2.2.2 Pertes de charge locales ou singulières

En complément des pertes par frottement, l'écoulement à travers les conduites subit des pertes de charges locales dues aux singularités telles que changements de géométrie au niveau des entrées, courbes, coudes, joints, grilles, vannes et contraction ou élargissement brusque de la section. Cette perte dépend de la vitesse et est exprimée par un coefficient expérimental K appliqué au terme d'énergie cinétique $V^2/2g$.

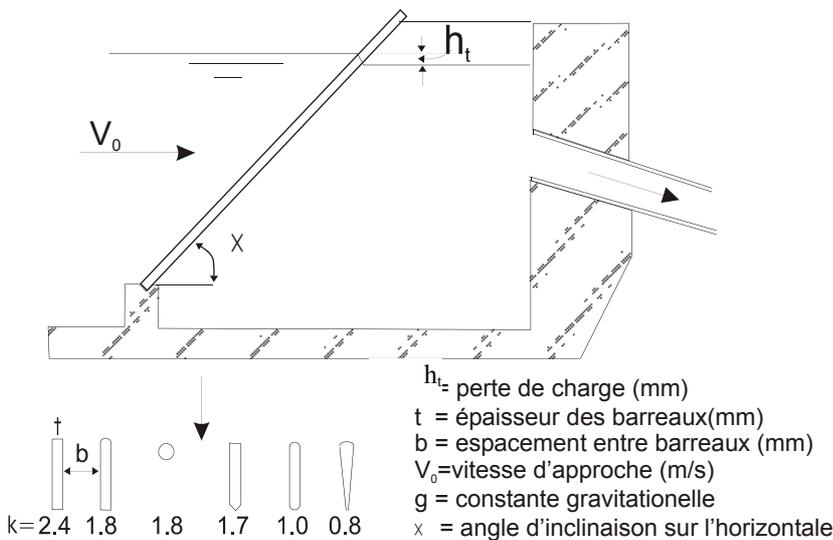
2.2.2.1 Pertes dans les grilles

Une grille est toujours nécessaire à l'entrée des conduites en charge et des prises d'eau pour éviter l'introduction de corps flottants. L'écoulement à travers les grilles entraîne une perte de charge. Bien qu'habituellement petite, elle peut être calculée par une formule de Kirschmer :

$$h_t = Kt \left(\frac{t}{b} \right)^{4/3} \left(\frac{V_0^2}{2g} \right) \sin \Phi \quad (2.16)$$

dont les paramètres sont identifiés sur la figure 2.4.

Figure 2.12 : Coefficients de perte de charge des grilles



Pour des raisons structurelles, cette formule est uniquement valable si la longueur L des barreaux est inférieure à 5 fois leur diamètre. Si la grille n'est pas perpendiculaire mais fait un angle β avec l'écoulement (β aura une valeur maximum de 90° pour une grille située sur la paroi latérale d'un canal), une perte de charge supplémentaire se produira. Le résultat de l'équation 2.16 doit être multiplié par un facteur de correction κ fourni dans le tableau 2.4 (selon Mosonyi).

Tableau 2.4 : Pertes supplémentaires dans les grilles pour des approches non perpendiculaires

t/b	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2
β									
0°	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10°	1,06	1,07	1,08	1,09	1,10	1,11	1,12	1,14	1,50
20°	1,14	1,16	1,18	1,21	1,24	1,26	1,31	1,43	2,25
30°	1,25	1,28	1,31	1,35	1,44	1,50	1,64	1,90	3,60
40°	1,43	1,48	1,55	1,64	1,75	1,88	2,10	2,56	5,70
50°	1,75	1,85	1,96	2,10	2,30	2,60	3,00	3,80	...
60°	2,25	2,41	2,62	2,90	3,26	3,74	4,40	6,05	...

2.2.2.2 Perte de charge lors d'une contraction ou d'un élargissement brusques

Lorsque la conduite subit une contraction brusque, il y a une perte de charge due à l'augmentation de vitesse de l'eau et à la turbulence à grande échelle générée par le changement de géométrie. L'écoulement est si complexe qu'il est actuellement impossible de fournir une analyse mathématique du phénomène. La perte de charge est estimée en multipliant l'énergie cinétique dans la conduite la plus étroite (section 2), par un coefficient K_c qui varie avec le rapport de contraction d/D :

$$h_c = K_c \cdot \left(\frac{V_2^2}{2g} \right) \tag{2.17}$$

Pour un rapport supérieur à $d/D = 0,76$, K_c suit approximativement la formule :

$$k_c = 0,42 \left(1 - \frac{d^2}{D^2} \right) \tag{2.18}$$

Pour un élargissement brusque, K_c est remplacé par K_{ex} .

Dans ce cas, la perte de charge est donnée par :

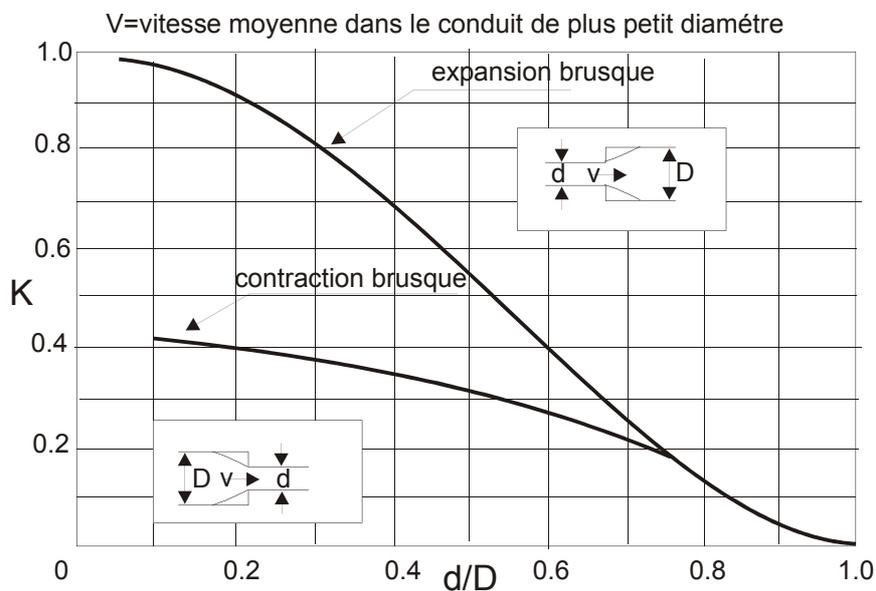
$$h_{ex} = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} = \left(1 - \frac{V_2}{V_1} \right)^2 \frac{V_1^2}{2g} = \left(1 - \frac{A_1}{A_2} \right)^2 \frac{V_1^2}{2g} = \left(1 - \frac{d^2}{D^2} \right) \frac{V_1^2}{2g} \tag{2.19}$$

où V_1 est la vitesse d'eau dans la conduite de plus petit diamètre.

La figure 2.5 est une représentation graphique des valeurs de K_c et K_{ex} en fonction de d/D .

La perte de charge peut être réduite en utilisant une forme de transition progressive, convergente pour la contraction, divergente pour l'élargissement.

Figure 2.13 : Valeurs de K_c et de K_{ex} en fonction de d/D



Dans un convergent, la perte de charge varie avec l'angle de convergence comme indiqué dans le tableau ci-dessous, où les valeurs de K_c sont expérimentales :

Angle K_c

30°	0,02
45°	0,04
60°	0,07

Dans le diffuseur, l'analyse du phénomène est plus complexe. La figure 2.6 montre les valeurs de K_{ex} déduites d'essais pour différents angles de divergence. La perte de charge est donnée par :

$$h'_{ex} = K'_{ex} \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g} \quad (2.20)$$

Une conduite en charge débouchant dans une retenue est un cas extrême d'expansion brusque, où, compte tenu de la taille relative du réservoir et de la conduite, V_2 peut être considérée comme nulle. La perte est alors de $V_1^2/2g$.

A l'inverse, l'entrée d'une conduite dans un réservoir est un cas extrême de contraction brusque. La figure 2.7 montre la valeur du coefficient K_c à appliquer à l'énergie cinétique $V^2/2g$ dans la conduite.

Figure 2.14 : Coefficients de perte de charge dans les divergents

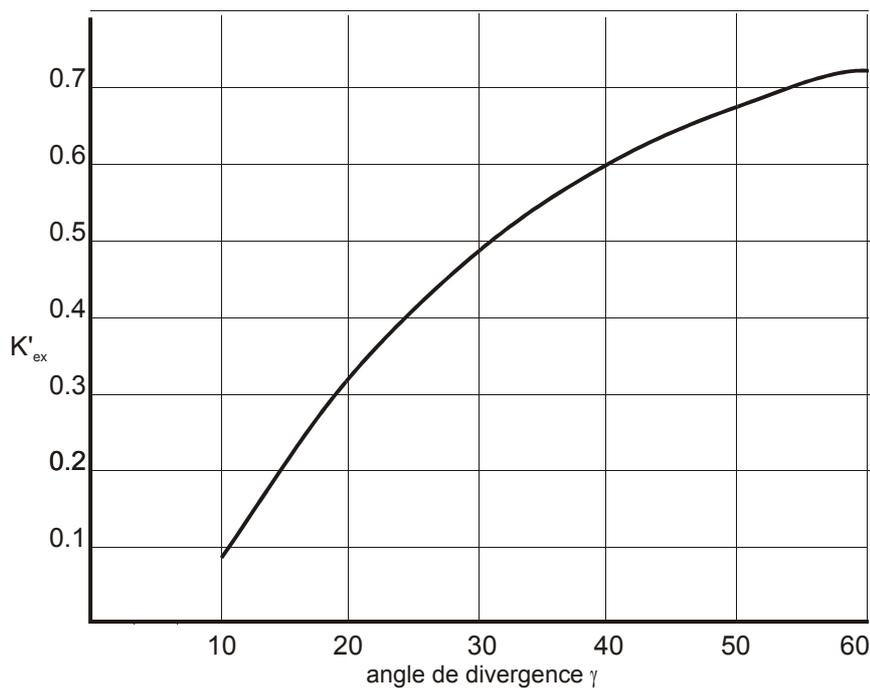
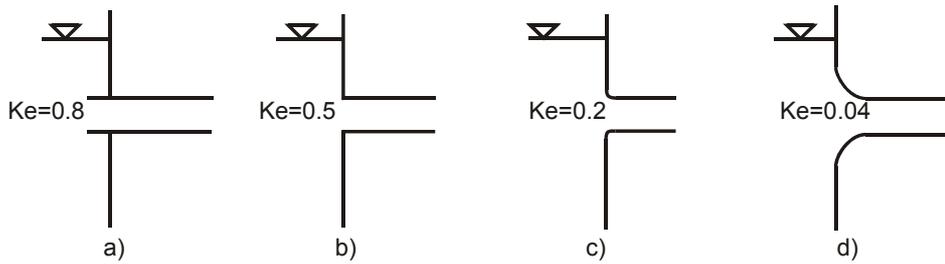
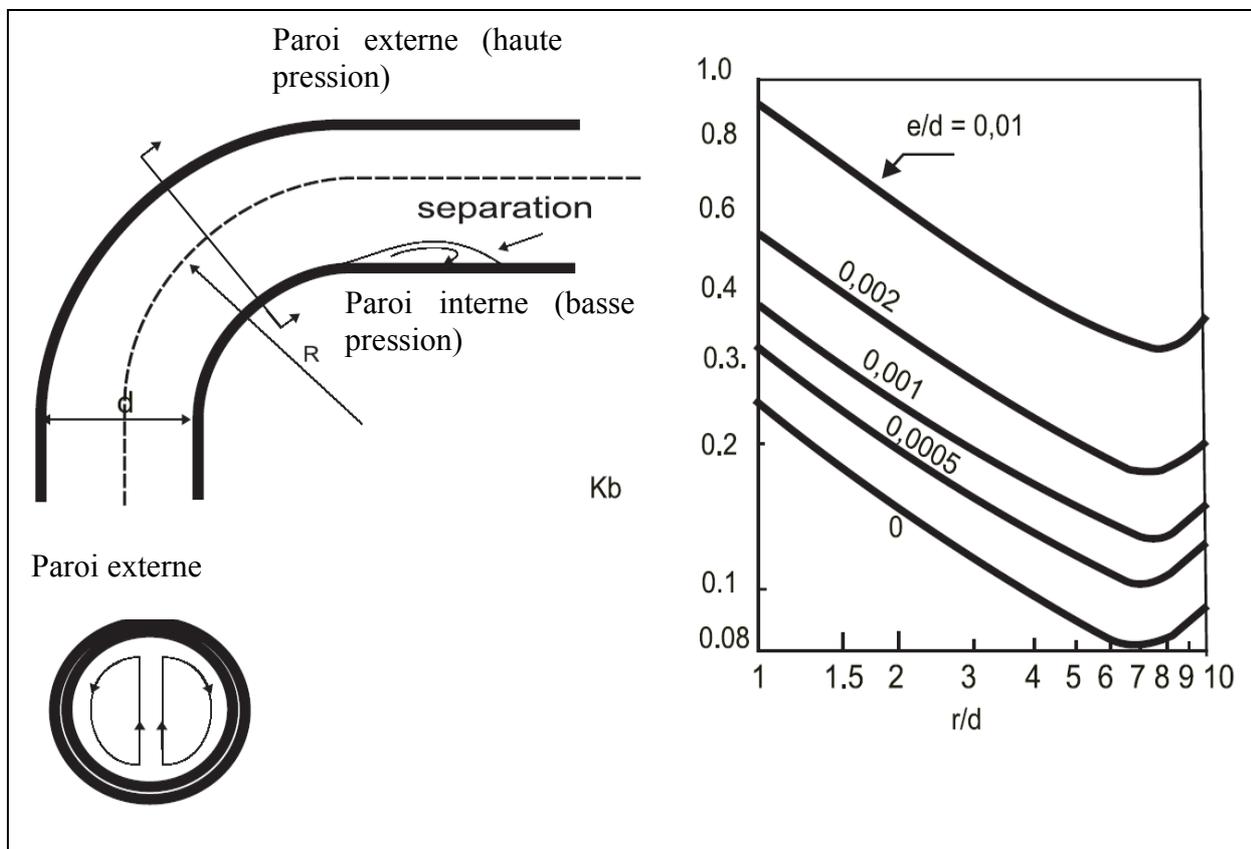


Figure 2.15 : Coefficients de perte de charge à l'entrée d'une conduite



2.2.2.3 Perte de charge dans les coudes

Figure 2.16 : Coefficients de perte de charge dans les courbes



Dans un coude, l'écoulement en conduite subit une augmentation de pression le long de la paroi extérieure et une baisse de pression le long de la paroi intérieure. Ce déséquilibre de pression entraîne un courant secondaire représenté sur la figure 2.10. Ces mouvements simultanés (l'écoulement longitudinal et le courant secondaire) produisent un écoulement en spirale qui, pour une longueur d'environ 100 diamètres, est dissipé par un frottement visqueux.

La perte de charge dans un coude dépend du rayon de la courbe et du diamètre de la conduite. De plus, du fait de la circulation secondaire, il y a une perte par frottement secondaire, qui dépend de la rugosité relative e/D . La figure 2.8, prise à partir de la référence 3, donne la valeur de K_b pour différentes valeurs du rapport R/D et différentes rugosités relatives e/D . Il existe également un consensus général sur le fait que, dans des conduites en acier sans soudure, la perte dans des courbes d'un angle inférieur à 90° , est sensiblement proportionnelle à l'angle du coude.

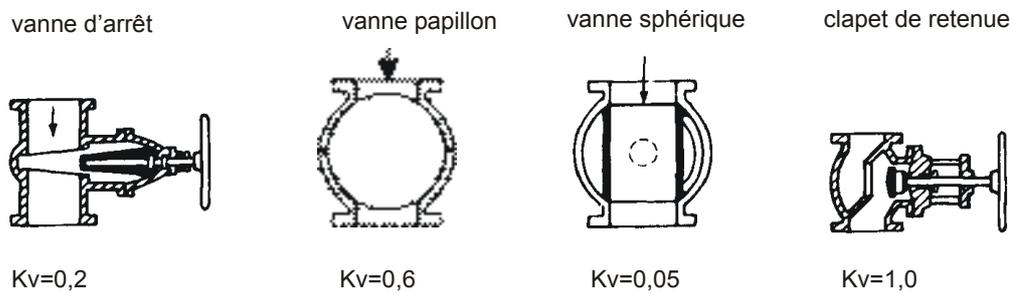
Le problème est extrêmement complexe lorsque des coudes successifs sont placés l'un après l'autre, avec une proximité empêchant la stabilisation de l'écoulement. Ce cas est rarement rencontré dans les petits aménagements hydroélectriques.

2.2.2.4 Perte de charge dans les vannes

Des vannes sont utilisées dans les aménagements hydroélectriques pour isoler un composant du reste. Elles sont donc entièrement fermées ou entièrement ouvertes. La régulation de débit est assurée par les aubes du distributeur, les pales de la roue ou les vannes à pointe de la turbine.

La perte de charge produite par l'écoulement à travers une vanne ouverte dépend du type de vanne. La figure 2.9 montre la valeur de K_v pour différents types de vannes.

Figure 2.17 : Coefficients de perte de charge typiques pour un écoulement à travers des vannes



2.2.3 Régime transitoire

Dans un régime permanent où le débit est supposé constant, la pression appliquée en un point quelconque le long de la conduite forcée est équivalente à la hauteur d'eau au-dessus de ce point. Si un changement brusque survient dans l'écoulement, par exemple lorsque l'opérateur de la centrale - ou le système de commande - ouvre ou ferme les vannes rapidement, le changement brusque de vitesse de l'écoulement peut entraîner des surpressions et dépressions dangereuses. L'onde de pression est connue sous le nom de "coup de bélier" et son effet peut être dévastateur : la conduite forcée peut éclater en raison d'une surpression ou s'écraser si la pression est inférieure à celle de l'extérieur. Bien que transitoire, la pression induite par le phénomène de coup de bélier peut avoir une amplitude beaucoup plus importante que la pression statique due à la hauteur d'eau. Selon la seconde loi de Newton, la force dans la conduite forcée consécutive à un changement brusque de vitesse est :

$$F = m \frac{dV}{dt} \tag{2.21}$$

Si la vitesse de la colonne d'eau pouvait être réduite à zéro, la force résultante serait infinie. Heureusement, ceci n'est pas possible en pratique, une vanne demande du temps pour que la fermeture soit complète ; les parois de la conduite ne sont pas parfaitement rigides et la colonne d'eau soumise à de fortes pressions n'est pas incompressible.

La description suivante, reproduite avec l'autorisation de l'auteur, Allen R. Inversin dans l'annexe F de son manuel "Micro-Hydropower Sourcebook", est l'une des meilleures explications physiques du phénomène. La figure 2.15, incluse à la fin de ce chapitre, représente la manière dont un

changement de vitesse provoqué par une fermeture instantanée d'une vanne à l'extrémité d'une conduite crée des vagues de pression circulant dans la conduite.

Initialement, l'eau s'écoule à une vitesse V_0 comme représenté dans (a). Lorsque la vanne est fermée, l'eau s'écoulant dans la conduite a tendance à continuer à s'écouler en raison de sa quantité de mouvement. Parce qu'elle en est physiquement empêchée, elle s'"accumule" derrière la vanne ; l'énergie cinétique de l'élément d'eau le plus près de la vanne est convertie en énergie de pression, qui comprime légèrement l'eau et élargit la circonférence de la conduite à ce point (b). Cette action est répétée par les éléments d'eau suivants (c), et le front de l'onde de surpression longe la conduite jusqu'à ce que la vitesse de l'eau V_0 ait disparu, l'eau est comprimée, et la conduite est élargie tout le long de sa longueur (d). A ce point, l'énergie cinétique de l'eau a entièrement été transformée en travail de déformation de l'eau (sous forme d'augmentation de compression) et en travail de déformation de la conduite (sous forme d'augmentation de traction).

Comme l'eau dans la retenue est à une pression statique normale, mais que l'eau dans la conduite est maintenant à une pression plus élevée, l'écoulement s'inverse et est forcé de retourner à nouveau dans le réservoir avec une vitesse V_0 (e). Lorsque l'eau dans le réservoir commence à refluer, la pression dans la conduite est réduite à une pression statique normale. Une onde de « décharge » de pression parcourt alors la conduite en direction de la vanne (f) jusqu'à ce que le travail de déformation soit reconverti en énergie cinétique (g). Toutefois, à la différence du cas (a), l'eau s'écoule à présent dans la direction opposée et en raison de sa quantité de mouvement, l'eau tente à nouveau de maintenir cette vitesse. Ce faisant, elle dilate l'élément d'eau le plus proche de la vanne, réduisant la pression à cet endroit et contractant la conduite (h). Ceci se produit sur les éléments d'eau successifs et une onde de pression négative se propage vers l'arrière en direction du réservoir (i) jusqu'à ce que la conduite entière soit sous compression et l'eau sous pression réduite (j). Cette onde de pression négative aurait la même amplitude absolue que l'onde de pression initiale positive, si les pertes par frottement n'existent pas. La vitesse revient alors à zéro mais la pression plus basse dans la conduite que dans le réservoir force l'eau à refluer dans cette conduite (k). L'onde de pression circule en arrière en direction de la vanne (e) jusqu'à ce que le cycle entier soit terminé et qu'un second cycle commence (b). La vitesse avec laquelle le front de pression se déplace est une fonction de la vitesse du son dans l'eau modifiée par les propriétés élastiques du matériau de la conduite.

En réalité, la conduite forcée est généralement inclinée mais l'effet reste le même, l'onde de pression en chaque point le long de la conduite s'ajoutant ou se soustrayant à la pression statique au niveau de ce point. L'effet d'amortissement par frottement à l'intérieur de la conduite entraîne une dissipation progressive de l'énergie cinétique, l'amplitude des oscillations de pression décroissant avec le temps.

Bien que certaines vannes se ferment presque instantanément, une fermeture prend généralement quelques secondes au minimum. Mais si la vanne est fermée avant que la poussée de pression initiale ne revienne à l'extrémité de la conduite, côté vanne (g), le pic de pression restera inchangé : toute l'énergie cinétique contenue dans l'eau près de la vanne sera en fait convertie en travail de déformation et produira la même pointe de pression que si la vanne était fermée instantanément. Toutefois, si la vanne n'a été fermée que de manière partielle pendant que la poussée de pression initiale retourne vers la vanne (g), toute l'énergie cinétique ne sera pas convertie en travail de déformation et le pic de pression sera plus faible. Si la vanne continue à se fermer, la poussée de pression positive produite serait réduite quelque peu par la poussée de pression négative (h) qui est survenue lorsque la vanne a commencé à se fermer. Par conséquent, si la vanne met plus de temps à s'ouvrir ou à se fermer que ce qui est nécessaire pour que l'onde de pression circule vers le

réservoir et retourne vers la vanne, les pics de pression de l'onde sont réduits. Cette durée, appelée durée critique, T_c , est égale à:

$$T_c = 2L / c \quad (2.22)$$

Où c est la vitesse de l'onde. La vitesse de l'onde ou vitesse du son dans l'eau est approximativement 1420 m/s. Toutefois, la vitesse de l'onde dans une conduite – la vitesse avec laquelle l'onde de pression circule le long de la conduite – est une fonction à la fois des propriétés élastiques de l'eau et du matériau de la conduite. Une expression de la vitesse de l'onde est :

$$c = \sqrt{\frac{k/\rho}{1 + \frac{k \cdot D}{E \cdot t}}} \quad (2.23)$$

Où c = vitesse de l'onde (m/s)

k = module de compressibilité de l'eau, $2,2 \times 10^9$ N/m²

ρ = masse volumique de l'eau, 1 000 kg/m³

D = diamètre interne de la conduite (m)

E = module d'élasticité du matériau de conduite (N/m²)

t = épaisseur de la conduite (mm)

Si la vanne est déjà fermée, lorsque l'onde de pression est sur son chemin de retour ($t < T_c$), toute l'énergie cinétique de l'eau sera convertie en surpression, et sa valeur en mètres de colonne d'eau est :

$$\frac{\Delta P}{\rho g} = \frac{c}{g} \Delta V \quad (2.24)$$

où ΔV est la variation de vitesse de l'eau. Dans des cas pratiques, ΔV peut être supposée égale à la vitesse d'écoulement initiale V_0 .

Toutefois, si t est supérieure à T_c , l'onde de pression atteint la vanne avant que la vanne ne soit entièrement fermée, la surpression ne se développera pas entièrement parce que l'onde négative réfléchiée arrivant au niveau de la vanne compensera l'augmentation de pression. Dans ce cas, la surpression maximum peut être calculée par la formule d'Allievi simplifiée, également connue sous le nom de formule de Michaud :

$$\frac{\Delta P}{\rho g} = \frac{2L}{gt} \Delta V \quad (2.25)$$

où L = longueur totale de conduite (m)

$\Delta P/\rho g$ = différence de pression entre la pression statique initiale $P_0/\rho g$ et la pression maximum atteinte dans la conduite (m de colonne d'eau)

t = durée de fermeture (s)

La pression dynamique totale supportée par la conduite forcée sera :

$$P = P_0 + \Delta P \quad (2.26)$$

Dans le chapitre 6, plusieurs projets de conduite forcée sont présentés pour clarifier les concepts physiques précédents.

Pour une approche plus rigoureuse indispensable dans le cadre d'une réalisation, il est nécessaire de prendre en considération non seulement le fluide et le matériau de conduite, mais également les pertes hydrauliques. L'approche mathématique est plus difficile et requiert l'utilisation d'ordinateurs. Pour les lecteurs intéressés, Chaudry, Fox et Parmakian, entre autres, donnent des méthodes de calcul et l'étude de quelques exemples.

2.3 Écoulements dans les canaux

Contrairement aux conduites fermées où l'eau remplit entièrement l'espace, un canal comporte toujours une surface libre. Généralement, la surface libre de l'écoulement est à la pression atmosphérique, qui correspond ordinairement à la référence de pression zéro, et est généralement considérée constante sur toute la longueur du canal. Dans un sens, ce cas de figure, en faisant disparaître le terme de pression, facilite l'analyse mais introduit en même temps un nouveau dilemme, la forme de la surface étant a priori inconnue. La profondeur de l'eau change selon les conditions d'écoulement, et, dans des écoulements transitoires, son estimation constitue une partie du problème.

Tout type de canal, même rectiligne, a une distribution de vitesse tridimensionnelle. Un principe bien établi dans la mécanique des fluides est que toute particule en contact avec un bord fixe solide a une vitesse nulle. La figure 2.10 représente les lignes d'isovitesse dans des canaux de sections différentes. L'approche mathématique se base sur la théorie de la couche limite; l'approche du projeteur consiste à utiliser la vitesse moyenne V .

2.3.1 Classification des écoulements en canal

Selon le **critère de temps**, un écoulement dans un canal est considéré permanent lorsque la profondeur au niveau d'une quelconque section du tronçon considéré ne change pas avec le temps, et transitoire lorsqu'elle change avec le temps.

Basé sur le **critère d'espace**, un écoulement en canal est dit uniforme si le débit et la profondeur dans toute section d'un tronçon de canal ne changent pas. Il est dit varié si le débit et/ou la profondeur d'eau change sur le tracé. Un écoulement uniforme transitoire survient rarement car, lorsqu'on parle d'écoulement *uniforme*, on comprend habituellement un écoulement uniforme *permanent*. Un écoulement varié *permanent* est souvent classé comme *graduellement* ou *brusquement* varié. La figure 2.11 représente différents types d'écoulement : un écoulement uniforme permanent, un écoulement progressivement varié, et un écoulement rapidement varié. Un écoulement transitoire survient si la profondeur d'écoulement ou le débit sur le tronçon change comme, par exemple, dans le cas de propagation en amont d'une petite vague de perturbation due à la fermeture ou à l'ouverture d'une vanne, ou dans le cas d'une augmentation de débit dans un canal collecteur.

Figure 2.18 : Distribution typique pour un écoulement en canal ouvert

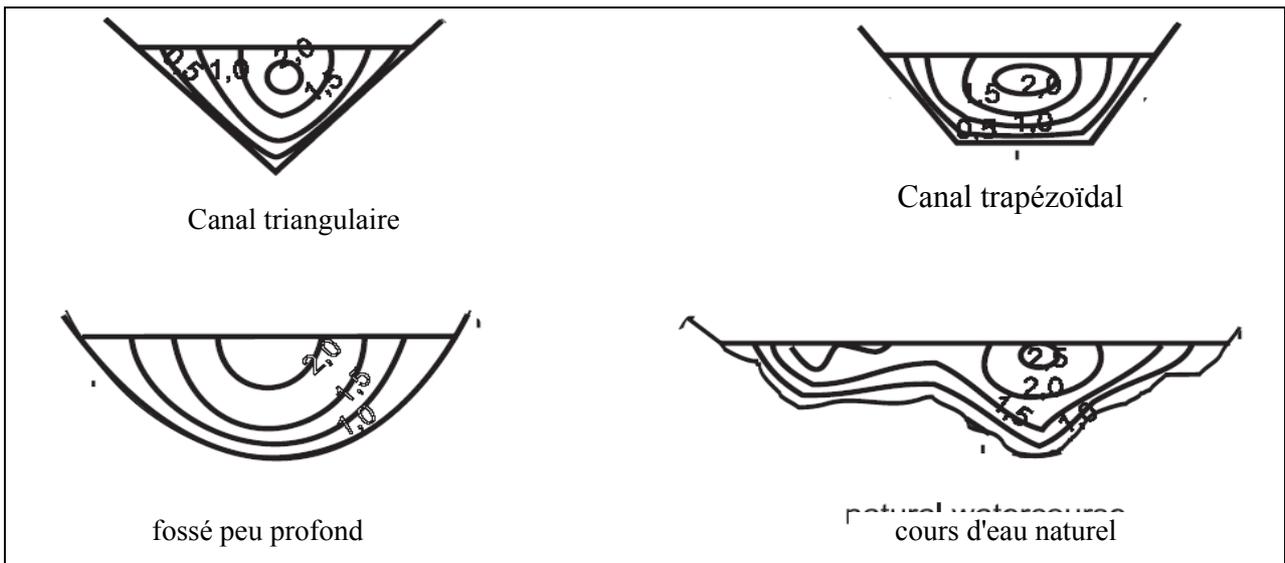
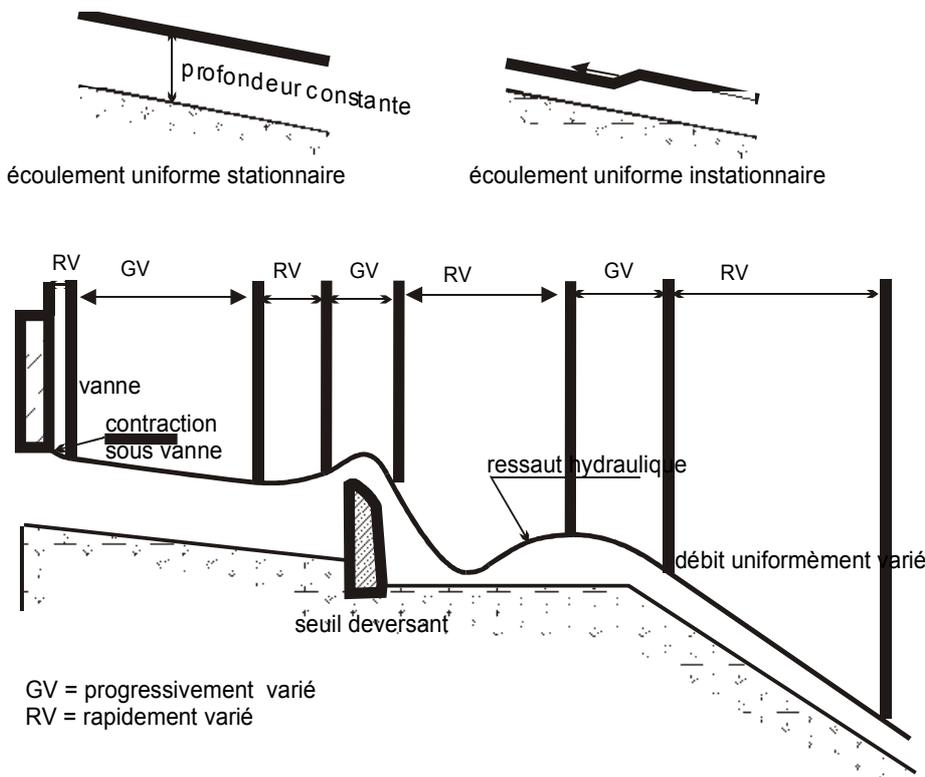


Figure 2.19 : Représentation de différents types de débits



Comme dans les conduites entièrement fermées, les écoulements en canal suivent également l'équation de Bernoulli, et, par conséquent, la formule 2.1 s'applique. On note h_L la perte d'énergie lorsque l'eau s'écoule de la section 1 vers la section 2.

2.3.2 Écoulement uniforme en canal

Par définition, un écoulement est considéré uniforme lorsque :

1. la profondeur, la section et la vitesse de l'écoulement sont constantes dans chaque section transversale du canal.
2. la ligne de charge, la ligne de surface libre et la génératrice du radier sont parallèles.

En se basant sur ces hypothèses, Chezy montre que :

$$V = C\sqrt{Ri} \quad (2.27)$$

- où :
- V = Vitesse moyenne
 - C = Coefficient de résistance de Chezy
 - R = Rayon hydraulique de la section transversale du canal
 - i = pente du radier

Beaucoup de tentatives ont été faites pour déterminer la valeur du coefficient C. Manning, utilisant les résultats de ses propres expériences et celles d'autres expérimentateurs, obtint la relation empirique suivante :

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6} \quad (2.28)$$

où n est le coefficient de rugosité bien connu de Manning (voir chapitre 5, tableau 5.1). En substituant C à partir de (2.27) en (2.28), la formule de Manning pour des écoulements uniformes est obtenue :

$$V = \frac{1}{n} R^{1/3} i^{1/2} \quad (2.29)$$

avec la variante :

$$Q = \frac{1}{n} A \cdot R^{2/3} i^{1/2} \quad (2.30)$$

Le paramètre $AR^{2/3}$ est défini comme étant le facteur de section donné dans le tableau 2.5 pour différentes sections de canaux. La formule est entièrement empirique et le coefficient n n'est pas sans dimension, les formules données ici étant uniquement valables en unités S.I. De plus, les formules sont applicables uniquement pour des canaux à fond plat. L'analyse de cours d'eau naturels est plus complexe et les formules ci-dessus peuvent uniquement être appliquées en première approximation.

2.3.3 Section transversale efficace

A partir de la formule (2.30), on peut déduire que pour un canal ayant une section transversale A et une pente donnée i, le débit augmente lorsque le rayon hydraulique augmente. Cela signifie que le rayon hydraulique est un indice d'efficacité. Comme le rayon hydraulique est le quotient de la

surface A par le périmètre mouillé P, la section la plus efficace sera celle ayant le périmètre mouillé minimum.

De toutes les sections transversales, le demi-cercle est celle qui a le plus petit périmètre pour une section donnée. Mais un canal de section semi-circulaire est coûteux à construire et difficile à entretenir, et est uniquement utilisé pour des petites sections de canaux construits avec des éléments préfabriqués. Si on met de côté la section semi-circulaire, la section trapézoïdale la plus efficace est un demi hexagone. La section de canal utilisée généralement dans de petits aménagements hydroélectriques est la section rectangulaire, facile à construire, à imperméabiliser et à entretenir.

Dans le chapitre 5, la sélection de la section de canal est étudiée sur le plan de la construction, des rendements, des volumes de terrassements, des méthodes de construction, etc.

2.3.4 Principes d'énergie dans des écoulements en canal

Les écoulements uniformes dans les canaux à ciel ouvert sont le plus souvent permanents, et les écoulements uniformes transitoires sont plutôt rares. Si les lignes d'écoulement sont parallèles et que nous prenons la surface libre de l'eau comme plan de référence, la somme de la cote et de la hauteur piézométrique P/γ est constante et égale à la profondeur d'eau. En pratique, la plupart des écoulements uniformes et une grande partie des écoulements variés permanents peuvent être considérés comme parallèles au fond.

Pour un canal ayant une pente constante inférieure à 6° (figure 2.12a), la hauteur piézométrique à un quelconque point immergé est égale à la distance verticale mesurée à partir de la surface libre au niveau de ce point (profondeur d'eau). La distribution des pressions est typiquement triangulaire. Néanmoins, si l'eau s'écoule au-dessus d'un radier convexe, tel qu'un évacuateur, l'effet centrifuge agit dans une direction opposée à la gravité, et la distribution des pressions est déformée et semblable à la figure 2.12b. L'énergie potentielle est donnée par la différence entre la profondeur et l'accélération centrifuge de l'eau mv^2/r , r étant le rayon de courbure du radier convexe. Si le radier est concave, la force d'accélération est ajoutée à la profondeur et la distribution des pressions correspond à la figure 2.12c. En conséquence, la hauteur piézométrique résultante pour des écoulements le long d'une ligne droite d'un radier convexe et d'un radier concave est, respectivement :

$$\frac{P}{\gamma} = y \text{ (a)}; \frac{P}{\gamma} = y - y \cdot \frac{V^2}{rg} \text{ (b)}; \frac{P}{\gamma} = y + y \cdot \frac{V^2}{rg} \text{ (c)}$$

[m] (2.31)

où : γ = la masse volumique de l'eau [kg/m^3]

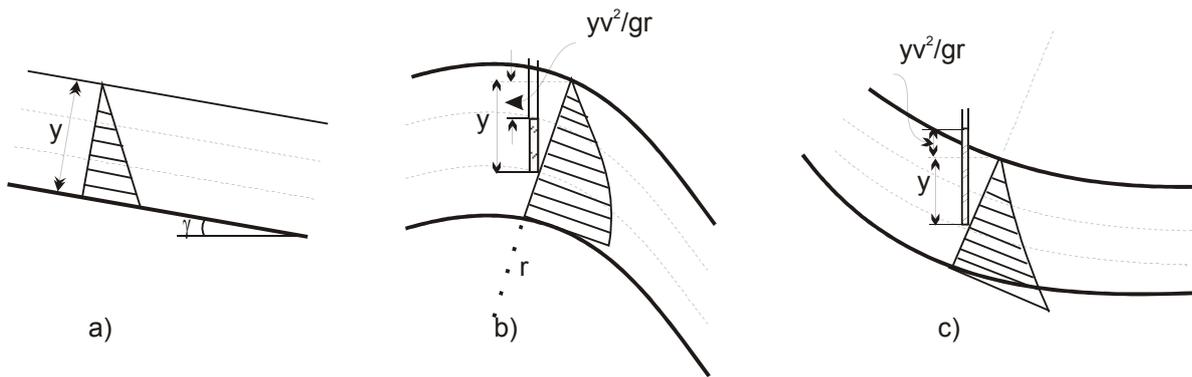
y = la profondeur mesurée à partir de la surface d'eau libre, $y = h \cos \alpha$, h étant la profondeur d'écoulement par rapport au radier [m]

V = la vitesse d'eau [m/s]

r = le rayon de courbure du radier [m]

g = l'accélération de la pesanteur [m/s^2]

Figure 2.20 : distribution de pression dans des canaux ayant un lit verticalement courbé



L'énergie spécifique dans une section de canal ou charge spécifique mesurée par rapport au radier au niveau de la section est :

$$E = y + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad [m] \quad (2.32)$$

où α est un coefficient qui prend en compte la distribution de vitesse réelle dans la section de canal considérée, dont la vitesse moyenne est V . Le coefficient peut varier d'un minimum de 1,05 pour une distribution très uniforme, à 1,20 pour une distribution très peu uniforme. Néanmoins, dans une approche préliminaire, une valeur de $\alpha = 1$ peut être utilisée, cette valeur étant acceptable lorsque la pente est au-dessous de 0,018 (1,03 d°).

$$E = y + \frac{V^2}{2g} \quad [m] \quad (2.33)$$

Un canal ayant une section A et un débit Q , aura une énergie spécifique :

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2} \quad [m] \quad (2.34)$$

L'équation (2.34) montre que pour un débit Q donné, l'énergie spécifique dans une section donnée est uniquement fonction de la profondeur d'écoulement.

Quand, pour un débit donné Q , on trace la profondeur d'écoulement en fonction de l'énergie spécifique E , on obtient une courbe d'énergie spécifique qui présente deux limites comme représenté sur la figure 2.13. L'asymptote constituant la limite inférieure AC est l'axe horizontal, et la limite supérieure AB est la ligne $E = y$. Le sommet A de la courbe d'énergie spécifique représente la profondeur y permettant de faire passer avec un minimum d'énergie le débit Q à travers la section. Pour chaque point pour lequel l'énergie spécifique E est supérieure à celle de A , il existe deux profondeurs d'eau possibles. Avec la profondeur la plus faible, le débit est obtenu avec une vitesse plus élevée, donc avec une énergie spécifique plus élevée – régime connu sous le nom de régime torrentiel. Avec la profondeur la plus grande, le débit passe à une vitesse plus lente, mais également avec une énergie spécifique plus élevée - régime connu comme régime fluvial.

Pour la condition critique, l'énergie spécifique est au minimum, et sa valeur peut par conséquent être calculée en dérivant l'énergie spécifique (équation 2.34) par rapport à "y" et en l'égalant à zéro.

$$\frac{dE}{dy} = -\frac{Q^2}{gA^3} \frac{dA}{dy} + 1 = 0 \quad (2.35)$$

Or, près de la surface libre, on a : $dA/dy = T$, où T est la largeur du canal à sa partie supérieure (voir la figure 2.13). Par définition :

$$Y = \frac{A}{T} \quad (2.36)$$

Le paramètre Y est connu comme « profondeur hydraulique » de la section, et joue un rôle clé dans l'étude de l'écoulement dans un canal.

En remplaçant dans l'équation (2.35) dA/dy par T et A/T par Y, on obtient :

$$\frac{V}{\sqrt{gY}} = 1 \quad (2.37a)$$

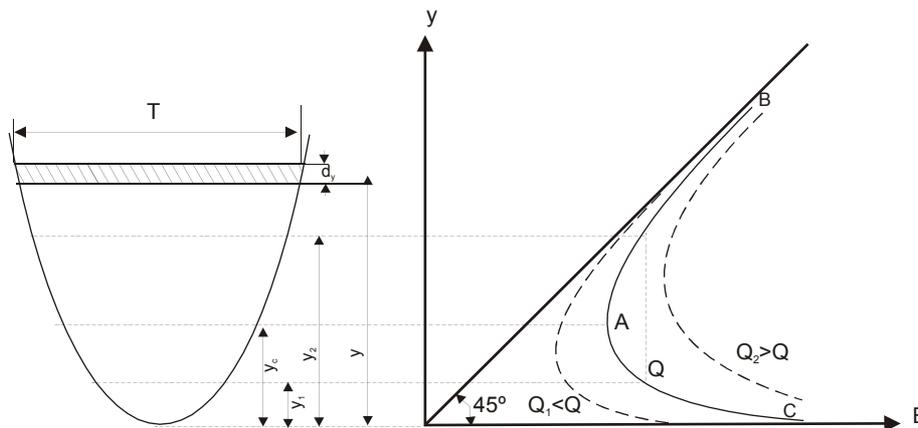
où

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{gY}} \quad (2.37b)$$

La quantité F_r est sans dimension et connue sous le nom de nombre de Froude. Lorsque $F_r = 1$, comme dans l'équation (2.37a), le débit est critique. Le débit est torrentiel lorsque $F_r > 1$ et fluvial lorsque $F_r < 1$. Sur la figure 2.13, la ligne AB représente le régime fluvial et AC le régime torrentiel.

Comme représenté sur la figure 2.13, une famille de courbes similaires peut être tracée pour la même section et différents débits Q. Pour des débits plus élevés, la courbe se déplace vers la droite et, pour des débits inférieurs, vers la gauche.

Figure 2.21 : Energie spécifique en fonction de la profondeur de l'écoulement



Dans les conditions critiques, $y = y_c$ (y_c étant la profondeur critique). On peut obtenir y_c à partir de l'équation (2.37a). Pour un canal rectangulaire, la profondeur critique est donnée par :

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gb^2}} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \tag{2.38}$$

où $q = Q/b$ est le débit par unité de largeur de canal.

Le tableau 2.5 montre les caractéristiques géométriques de différentes sections de canal et le tableau 2.6, extrait de Straub (1982) présente les formules empiriques utilisées pour estimer y_c , dans un canal non rectangulaire.

Exemple 2.6

Dans un canal de section trapézoïdale où $b = 4.5$ m et $z = 2$ m, calculer la profondeur critique de l'écoulement pour un débit de $17\text{m}^3/\text{s}$.

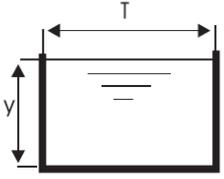
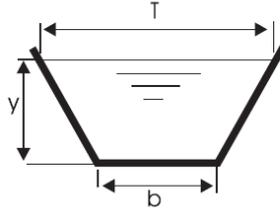
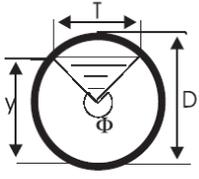
A partir du tableau 2.6, on a $\psi = \alpha Q^2/g = 29,46$ pour $\alpha = 1$

La solution est applicable pour $0,1 < q/b^2 < 0,4$; comme $Q/b^3 = 0,19$ elle est bien applicable

$$y_c \approx 0,81 \left[\frac{\psi}{z^{0,75} b^{1,25}} \right]^{0,27} \left[1 + \frac{b}{30z} \psi \right] \approx 0,98 \quad [\text{m}]$$

L'estimation de la profondeur critique, et des profondeurs en régime torrentiel et fluvial, permet la détermination du profil de la surface libre, dans les cas suivants : augmentation soudaine de la pente d'un canal ; surface libre en amont d'une vanne ; déversoirs, etc.

Tableau 2.5 : Caractéristiques géométriques de différents profils de canal

			
Aire A	by	$(b+zy)y$	$\frac{1}{8}(\Phi - \text{sen}\Phi)D^2$
Périmètre mouillé P	$b+2y$	$b + 2y\sqrt{1+z^2}$	$1/2\phi D$
Largeur supérieure de la section T	b	$b+2zy$	$2\sqrt{y(D-y)}$
Rayon hydraulique R	$\frac{by}{b+2y}$	$\frac{(b+zy)y}{b+2y\sqrt{1+z^2}}$	$\frac{1}{4}\left(1 - \frac{\text{sen}\Phi}{\Phi}\right)D$
Profondeur hydraulique D	y	$\frac{(b+zy)y}{b+2zy}$	$\frac{1}{8}\left(\frac{\Phi - \text{sen}\Phi}{\text{sen}\frac{\Phi}{2}}\right)D$
Facteur de section	$by^{1.5}$	$\frac{[(b+zy)y]^{1.5}}{\sqrt{b+2zy}}$	$\frac{\sqrt{2}(\theta - \text{sen}\theta)^{1.5}}{32\sqrt{\text{sen}\frac{1}{2}\theta}}D^{2.5}$

Voir aussi Tableau 5.12

Tableau 2.6 : Formules empiriques utilisées pour estimer y_c dans les canaux

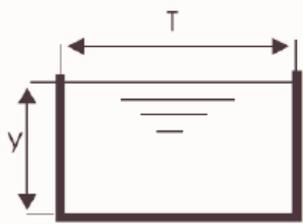
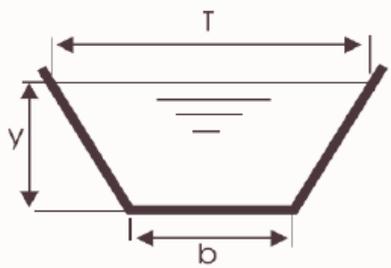
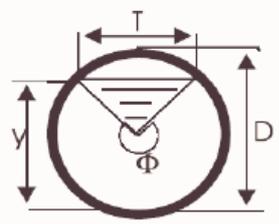
		
$\left(\frac{\Psi}{b^2}\right)^{1/3}$	$0,81\left(\frac{\Psi}{z^{0,75}b^{1,25}}\right)^{0,27} - \frac{b}{30z}$	$\left(\frac{1,01}{d^{0,25}}\right)\Psi^{0,25}$

Figure 2.22 : Diagramme de Moody : Coefficient des frottement pour un écoulement dans une conduite

Diagramme de Moody

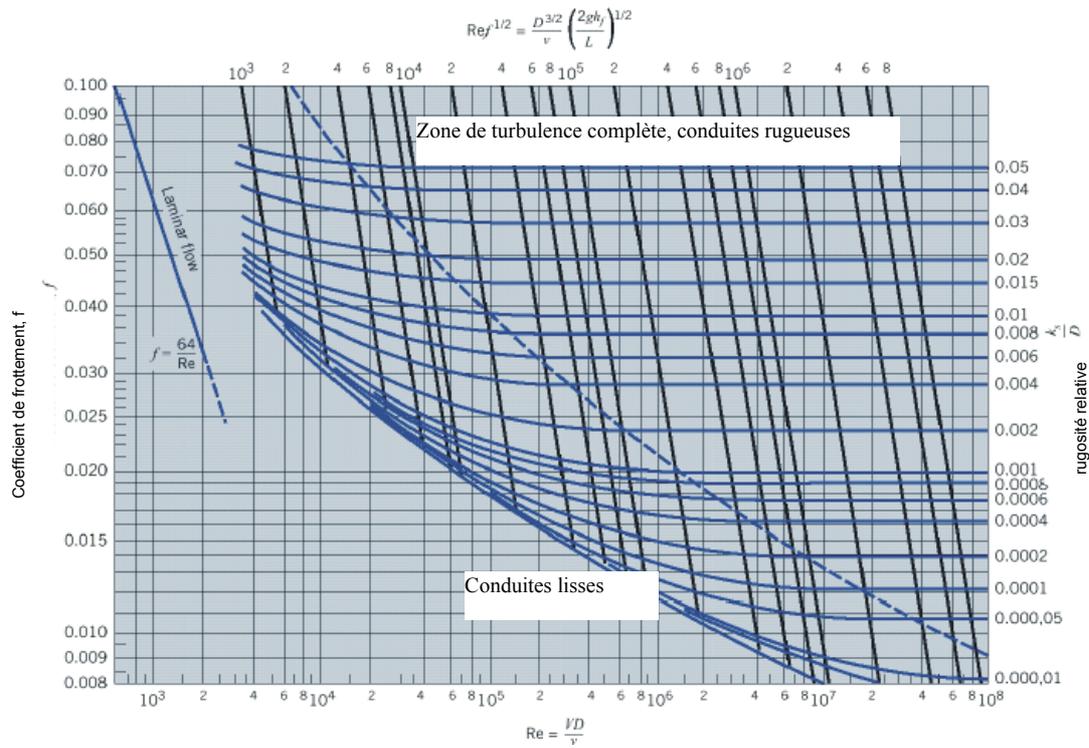
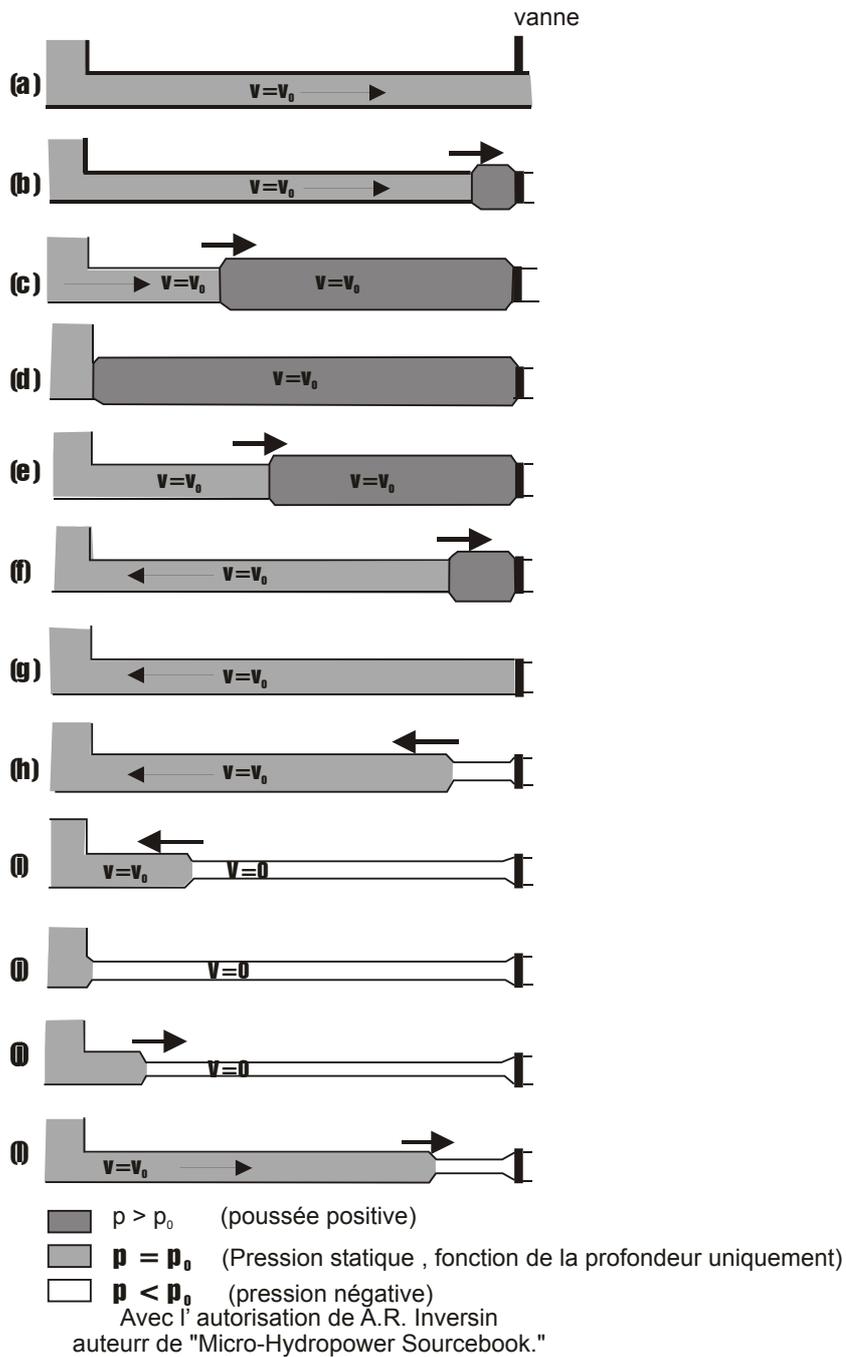


Figure 2.23 : Représentation d'une onde de pression dans une conduite



Bibliographie

1. N.H.C Hwang and Carlos Hita, "Fundamentals of Hydraulic Engineering Systems", Prentice Hall Inc. Englewood Cliffs, New Jersey 1987
2. F.H.White, "Fluide Mechanics", MacGraw-Hill Inc.USA
3. A. Piqueras, "Evacuacion de Broza" (en Castillan), ESHA Info n°9 Eté 1993
4. L.Allievi, The theory of waterhammer, Transactions ASME 1929
5. H. Chaudry. Applied Hydraulic Transients, Von Nostrand Reinhold Co.1979
6. V.L. Streeter and E.B. Wylie, Hydraulic Transients, McGraw-Hill Book Co., New York 1967
7. J. Parmakian, Waterhammer analysis. Dower Publications, New York 1963
8. R.H. French, "Hidraulica de canales abiertos" (en Castillan), McGraw-
9. V.T. Chow, Open Channel Hydraulics, McGraw-Hill Book Co., New York 1959
10. V.L. Streeter and E.B. Wylie, Fluid Mechanics, McGraw-Hill Book Co., New York 1975
11. A.C. Quintela, « Hidraulica » (en Portugais), Ed. Calouste Gulbenkian Foundation, 1981
12. J. Dubois, "Comportement hydraulique et modélisation des écoulements de surface" (en français), Communication LCH n°8, EPLF, Lausanne 1998
13. E. Mosonyi, "Water power development", Tome I et II, Akadémiai Kiado Budapest, 1987/91

Autres références sur les différents aspects de ce thème :

1. H.W. King et E.F. Brater, Handbook of Hydraulics, McGraw-Hill Book Co., New York 1963
2. R. Silvester, Specific Energy and Force Equations in Open-Channel Flow, Water Power March 1961

¹ Par Jonas Rundqvist (SERO), Pedro Manso (EPLF) et Celso Penche (ESHA)